

**PROVA SCRITTA DI STATISTICA**  
**CLEA-CLEFIN-CLELI (COD. 5047 e 4038)**  
**15 gennaio 2003**

Il nuovo direttore di una Banca di Credito Cooperativo si trova ad affrontare una vertenza di tipo sindacale che riguarda la presunta discriminazione reddituale dei lavoratori. La direzione della Banca, dotata di un'agenzia centrale e alcune periferiche, decide di discutere la questione con le organizzazioni sindacali sulla base di un campione casuale di dati amministrativi corrispondenti a 15 dipendenti. I dati sono riportati nella tabella seguente:

- L Livello di studi del dipendente all'entrata in servizio  
R Stipendio lordo annuo in migliaia di euro  
S Sesso del dipendente  
CA Collocazione agenzia  
I Inquadramento del dipendente (livelli da I a V)

| L               | R  | S | CA         | I   |
|-----------------|----|---|------------|-----|
| laurea          | 20 | M | Centrale   | III |
| media superiore | 20 | M | Centrale   | IV  |
| media superiore | 15 | F | Periferica | I   |
| laurea          | 25 | F | Periferica | IV  |
| media inferiore | 20 | M | Centrale   | V   |
| media inferiore | 18 | F | Periferica | IV  |
| laurea          | 20 | M | Periferica | IV  |
| media inferiore | 18 | M | Centrale   | III |
| media superiore | 18 | M | Periferica | II  |
| media inferiore | 15 | F | Periferica | II  |
| media superiore | 20 | F | Centrale   | III |
| media inferiore | 18 | F | Centrale   | IV  |
| laurea          | 25 | M | Centrale   | V   |
| laurea          | 25 | M | Periferica | IV  |
| media inferiore | 15 | F | Centrale   | II  |

**1. (2 punti)**

Si dica, per ciascuna delle variabili considerate, quali strumenti è possibile utilizzare

|                            | L | R | S | CA | I |
|----------------------------|---|---|---|----|---|
| Mediana                    |   |   |   |    |   |
| Grafico ad aste            |   |   |   |    |   |
| Coefficiente di variazione |   |   |   |    |   |
| Moda                       |   |   |   |    |   |

**2. (1 punto)**

Si fornisca una rappresentazione grafica della variabile CA.

**3. (2 punti)**

Si confronti la variabilità delle distribuzioni degli stipendi tra dipendenti maschi e femmine.

**4. (4 punti)**

Si costruisca la tabella a doppia entrata di R e L. Si stabilisca se vi è indipendenza tra i due caratteri. Si costruisca quindi una tabella di massima connessione tenendo fissa la marginale del carattere R.

**5. (3 punti)**

Sia X una variabile aleatoria con densità  $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}x^2 & -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$  e sia  $Y=3X-6$ .

- Si calcoli  $P(X < 0)$ .
- Si calcoli il valore atteso di Y.
- Si calcoli lo scarto quadratico medio di Y.

**6. (3 punti)**

Siano A e B due eventi stocasticamente indipendenti tali che  $P(A \cup B) = 0.7$  e  $P(\bar{A}) = 0.6$ . Si determini  $P(B)$ .

**7. (8 punti)**

Un produttore di automobili dichiara che la velocità massima media  $m$  di un determinato modello di automobile è non inferiore a 180 Km/h. Volendo verificare questa affermazione, viene rilevata la velocità massima su un campione di 60 auto; si ottiene la realizzazione campionaria  $(x_1, x_2, \dots, x_{60})$  con  $\sum x_i = 10920$  e

$$\sum x_i^2 = 2000000.$$

- Si fornisca una stima puntuale, ottenuta da uno stimatore non distorto, per la media incognita  $m$  della velocità massima.
- Si fornisca una stima puntuale, ottenuta da uno stimatore non distorto, per la varianza incognita della velocità massima.
- Si scriva la regione di rifiuto, di dimensione (approssimata)  $\alpha = 0.05$ , per verificare l'ipotesi nulla  $H_0 : m \leq 180$  contro  $H_1 : m > 180$ .
- Sulla base della realizzazione del campione ottenuta, si decida se rifiutare oppure no l'ipotesi nulla.

- e) Si costruisca l'intervallo di confidenza per  $m$  di coefficiente di confidenza (approssimato) 0.99.

**8. (4 punti)**

- a) Si fornisca la definizione di stimatore consistente (in senso forte o, equivalentemente, in media quadratica) per un parametro incognito  $q$ .
- b) Sia  $T_n$  uno stimatore con  $E(T_n) = q + \frac{1}{n}$  e  $Var(T_n) = \frac{4q^2}{3n}$ . Si dica se  $T_n$  è uno stimatore consistente per  $q$ .