PROVA SCRITTA DI STATISTICA (COD 4038-5047-371)
9 febbraio 2005

MODALITÀ A1

APPROSSIMARE TUTTI I CALCOLI ALLA QUARTA CIFRA DECIMALE

Esercizio 1 (9 punti)

Viene condotta un'indagine sui 200 dipendenti di un'azienda del settore editoriale, rilevando i caratteri:

X = "reparto di appartenenza (reparto libri / reparto periodici / direzione generale)"
Y = "numero di ore di straordinario sostenute nella giornata di ieri"

La distribuzione di frequenze congiunte assolute è riportata in tabella:

X \ Y	0	1	2	
Rep. Libri	100	20	0	120
Rep. Periodici	0	40	20	60
Direz. generale	0	10	10	20
	100	70	30	200

a) Si determini la distribuzione di frequenze congiunte relative (1 punto)
b) Si indichi la natura del carattere X e si fornisca una rappresentazione grafica della sua distribuzione (2 punti)
c) Si calcolino la media aritmetica e lo scarto quadratico medio del carattere Y (2 punti)
d) Si stabilisca se il carattere Y è regressivamente indipendente da X (1 punto)
e) Si misuri la connessione tra i due caratteri tramite un opportuno indice relativo (3 punti)

Esercizio 2 (6 punti)

Si supponga di estrarre a caso uno dei dipendenti dell'azienda di cui all'esercizio 1, al fine di attribuirgli un premio di produzione.

a) Siano dati gli eventi:
   A = "il dipendente estratto lavora nella direzione generale"
   B = "il dipendente estratto ha sostenuto almeno 1 ora di straordinario della giornata di ieri".
   Si calcoli la $P(A \cup B)$.(2 punti)
b) Si fornisca la definizione di una coppia di eventi indipendenti (2 punti)
c) Si calcoli la probabilità che, estraendo senza reimmissione 4 dipendenti dell'azienda, solo gli ultimi 2 lavorino nella direzione generale (2 punti)

Esercizio 3 (12 punti)

Per valutare la qualità di un certo tipo di cavo, è essenziale considerare la resistenza massima al carico, espressa in quintali, indicata con X. Si può ragionevolmente supporre che X si distribuisca secondo la legge Normale di valore atteso μ e varianza σ^2. Si dispone inoltre di un campione casuale $X_1, \ldots, X_n$ di n cavi del tipo in questione.

a) Si dimostri che la media campionaria $\overline{X}$ è uno stimatore non distorto di μ (2 punti)
b) Supponendo che σ^2 = 1.8, si determini il minimo valore di n che assicura che lo scarto quadratico medio di $\overline{X}$ non superi 0.2 (2 punti)
c) Supponendo che σ^2 = 1.8 e che n = 50, si propone la seguente regione critica
$$R \equiv \left\{(x_1, \ldots, x_{50}) : \overline{x} < 84.63\right\}$$
per verificare le ipotesi $H_0 : \mu = 85$ contro $H_1 : \mu = 84.5$. Si calcoli la probabilità di commettere un errore di seconda specie (3 punti)
d) Supponendo che n =5 e che σ^2 sia non noto, si consideri la seguente realizzazione campionaria:
85.1 85.0 84.6 84.9 85.3.
Si determini un intervallo di confidenza per μ al 90% (3 punti)
e) Si utilizzi l'intervallo di confidenza ottenuto al punto precedente per verificare le ipotesi $H_0 : \mu = 85$ contro $H_1 : \mu \neq 85$, ponendo α = 0.1 (1 punto)
f) Si dica se è possibile utilizzare l'intervallo di confidenza determinato al punto d) per verificare le ipotesi $H_0 : \mu = 85$ contro $H_1 : \mu \neq 85$, anche ponendo α = 0.05 (motivare la risposta) (1 punto)

PROVA SCRITTA DI STATISTICA (COD 4038-5047-371)
9 febbraio 2005

MODALITÀ A2

APPROSSIMARE TUTTI I CALCOLI ALLA QUARTA CIFRA DECIMALE

Esercizio 1 (9 punti)

Viene condotta un'indagine sui 250 operai di un'azienda del settore meccanico. rilevando i caratteri:

X = "numero di pezzi difettosi prodotti nella giornata di ieri"
Y = "stabilimento di appartenenza" (Milano / Bergamo / Brescia)

La distribuzione di frequenze congiunte assolute è riportata in tabella:

X \ Y	Milano	Bergamo	Brescia	
0	50	0	25	75
1	40	0	75	115
2	10	50	0	60
	100	50	100	250

a) Si determini la distribuzione di frequenze congiunte relative (1 punto)
b) Si indichi la natura del carattere Y e si fornisca una rappresentazione grafica della sua distribuzione (2 punti)
c) Si calcolino la media aritmetica e lo scarto quadratico medio del carattere X (2 punti)
d) Si stabilisca se il carattere X è regressivamente indipendente da Y (1 punto)
e) Si misuri la connessione tra i due caratteri tramite un opportuno indice relativo (3 punti)

Esercizio 2(6 punti)

Si supponga di estrarre a caso uno degli operai dell'azienda di cui all'esercizio 1, al fine di attribuirgli un premio di produzione.

a) Siano dati gli eventi:
   A = "l'operaio estratto ha prodotto almeno un pezzo difettoso nella giornata di ieri"
   B = " l'operaio estratto appartiene allo stabilimento di Milano".
   Si calcoli la $P(A \cup B)$.(2 punti)
b) Si fornisca la definizione di una coppia di eventi indipendenti (2 punti)
c) Si calcoli la probabilità che, estraendo senza reimmissione 3 operai dell'azienda, solo il primo e l'ultimo appartengano allo stabilimento di Milano (2 punti)

Esercizio 3 (12 punti)

Per valutare la qualità di un formaggio *light*, è essenziale considerare il contenuto di grassi di ciascuna confezione, espresso in grammi, indicato con X. Si può ragionevolmente supporre che X si distribuisca secondo la legge Normale di valore atteso μ e varianza σ^2. Si dispone inoltre di un campione casuale $X_1, \dots, X_n$ di n confezioni del formaggio in questione.

a) Si dimostri che la media campionaria $\overline{X}$ è uno stimatore non distorto di μ (2 punti)
b) Supponendo che σ^2 = 0.6, si determini il minimo valore di n che assicura che lo scarto quadratico medio di $\overline{X}$ non superi 0.1 (2 punti)
c) Supponendo che σ^2 = 0.6 e che n = 60, si propone la seguente regione critica
$$R \equiv \left\{(x_1, \dots, x_{60}) : \overline{x} > 25.15\right\}$$
per verificare le ipotesi $H_0 : \mu = 25$ contro $H_1 : \mu = 25.25$. Si calcoli la probabilità di commettere un errore di seconda specie (3 punti)
d) Supponendo che n =6 e che σ^2 sia non noto, si consideri la seguente realizzazione campionaria:
25.1 24.9 25.5 24.8 25.3 25.6.
Si determini un intervallo di confidenza per μ al 95% (3 punti)
e) Si utilizzi l'intervallo di confidenza ottenuto al punto precedente per verificare le ipotesi $H_0 : \mu = 25$ contro $H_1 : \mu \neq 25$, ponendo α = 0.05 (1 punto)
f) Si dica se è possibile utilizzare l'intervallo di confidenza determinato al punto d) per verificare le ipotesi $H_0 : \mu = 25$ contro $H_1 : \mu \neq 25$, anche ponendo α = 0.01 (motivare la risposta) (1 punto)