

**PROVA SCRITTA DI STATISTICA (COD 4038-5047-371)**  
**9 febbraio 2005**

**MODALITÀ B1**

**APPROSSIMARE TUTTI I CALCOLI ALLA QUARTA CIFRA DECIMALE**

**Esercizio 1 (9 punti)**

In un'indagine condotta su 200 studenti universitari, sono stati rilevati i seguenti caratteri:

$A$  = "possiede uno scooter?" (SI =1; NO =0)

$B$  = "titolo di studio del padre" (licenza media o inferiore = 1; diploma = 2; laurea = 3)

$X$  = "voto di maturità" (in centesimi)

$Y$  = "numero di esami sostenuti con votazione maggiore a 28"

In tabella vengono riportati alcuni dati ed i totali:

Nome studente	$A$	$B$	$X$	$Y$	$Y^2$
Carlo R.	0	3	70	0	0
Maria G.	1	3	65	1	1
Davide C.	1	2	80	1	1
.....	.....	.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....	.....	.....
Claudio P.	0	2	95	4	16
Paola B.	1	1	60	0	0
<b>Totali</b>	<b>64</b>	<b>456</b>	<b>16210</b>	<b>178</b>	<b>538</b>

- a) Si indichi quali delle sottostanti misure di sintesi possono essere calcolate per i caratteri  $B$  e  $X$  (motivare la risposta) (1 punto)
 

Mediana                      Rapporto di concentrazione  $R$
- b) Si calcolino la media aritmetica e lo scarto quadratico medio di  $Y$  (2 punti)
- c) Si indichi la natura del carattere  $A$  e si fornisca una rappresentazione grafica della sua distribuzione (2 punti)
- d) Sapendo che, per gli studenti con padre laureato, la media di  $Y$  è pari a 1.22, è possibile stabilire se  $Y$  è regressivamente indipendente da  $B$ ? (motivare la risposta) (1 punto)
- e) Nella sottostante tabella viene riportata la distribuzione congiunta dei caratteri  $X$  (in classi) e  $Y$ :

	$Y$	0	1	4	
$X$					
60  — 70		0.24	0.02	0	0.26
70  — 90		0.32	0.09	0	0.41
90  — 100		0	0.18	0.15	0.33
		0.56	0.29	0.15	1

Si calcoli il coefficiente di correlazione lineare. (3 punti)

### Esercizio 2 (6 punti)

In un'azienda lavorano 250 impiegati, 180 dei quali di sesso femminile. Tra le donne impiegate, 80 lavorano part-time. Solo 7 degli uomini impiegati lavorano part-time. Viene estratto casualmente un impiegato; si considerano inoltre gli eventi:

$A =$  "l'impiegato estratto è di sesso femminile"

$B =$  "l'impiegato estratto lavora part-time".

- Si calcoli la  $P(A | B)$ . (2 punti)
- Si calcoli la  $P(A \cup \bar{B})$ . (2 punti)
- Supponendo che il numero di ore di straordinario sostenute in una settimana da un impiegato sia una variabile aleatoria  $X$  distribuita secondo la legge Uniforme Continua sull'intervallo  $(0, 4)$ , si calcoli la  $\Pr\{(X < 1) \cup (X > 3.5)\}$  (2 punti)

### Esercizio 3 (12 punti)

Per controllare la qualità delle brioches confezionate prodotte da uno stabilimento, si rileva il peso (in grammi) di un campione casuale di 6 brioches:

41      40      38      45      40      39

Si può assumere che il peso di ciascuna brioche prodotta dallo stabilimento segua la legge Normale di parametri  $\mu$  e  $\sigma^2$  entrambi incogniti.

- Si determini l'intervallo di confidenza per  $\mu$  al 90%. (3 punti)
- Si utilizzi l'intervallo di confidenza ottenuto al punto precedente per verificare le ipotesi  $H_0 : \mu = 42$  contro  $H_1 : \mu \neq 42$ , ponendo  $\alpha = 0.1$  (1 punto)
- Si calcoli il  $p$ -value del test relativo alle ipotesi  $H_0 : \mu \leq 36.5$  contro  $H_0 : \mu > 36.5$ . (3 punti)
- Si utilizzi il  $p$ -value determinato al punto precedente per decidere a favore o contro  $H_0 : \mu \leq 36.5$  quando  $\alpha = 0.01$ . (Nota bene: se non si è risposto al punto precedente, ipotizzare che il  $p$ -value sia pari a 0.042) (1 punto)
- Considerato un generico stimatore  $T$  di un parametro  $\theta$ , si dimostri la scomposizione  $MSE_T(\theta) = Var(T) + [E(T) - \theta]^2$ . (2 punti)
- Si supponga di voler stimare la proporzione  $p$  di brioches prodotte dallo stabilimento che non possono essere destinate alla vendita perché di scarsa qualità. Si proponga uno stimatore non distorto per  $p$  e si scriva l'espressione della sua varianza. (2 punti)

# PROVA SCRITTA DI STATISTICA (COD 4038-5047-371)

9 febbraio 2005

## MODALITÀ B2

APPROSSIMARE TUTTI I CALCOLI ALLA QUARTA CIFRA DECIMALE

### Esercizio 1 (9 punti)

In un'indagine condotta su 200 studenti universitari in corso, sono stati rilevati i seguenti caratteri:

$A$  = "risiede fuori Milano?" (SI =1; NO =0)

$B$  = "titolo di studio della madre" (licenza media o inferiore = 1; diploma = 2; laurea = 3)

$X$  = "voto conseguito nel primo esame sostenuto" (in trentesimi)

$Y$  = "numero di esami sostenuti più di una volta"

In tabella vengono riportati alcuni dati ed i totali:

Nome studente	$A$	$B$	$X$	$Y$	$Y^2$
Carlo R.	0	3	19	0	0
Maria G.	1	1	24	3	9
Davide C.	0	3	28	0	0
.....	.....	.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....	.....	.....
Claudio P.	0	2	27	0	0
Paola B.	1	3	18	1	1
<b>Totali</b>	<b>28</b>	<b>480</b>	<b>4760</b>	<b>92</b>	<b>116</b>

- a) Si indichi quali delle sottostanti misure di sintesi possono essere calcolate per i caratteri  $B$  e  $X$  (motivare la risposta) (1 punto)  
Mediana                      Rapporto di concentrazione  $R$
- b) Si calcolino la media aritmetica e lo scarto quadratico medio di  $Y$  (2 punti)
- c) Si indichi la natura del carattere  $A$  e si fornisca una rappresentazione grafica della sua distribuzione (2 punti)
- d) Sapendo che, per gli studenti con madre laureata, la media di  $Y$  è pari a 0.33, è possibile stabilire se  $Y$  è regressivamente indipendente da  $B$ ? (motivare la risposta) (1 punto)
- e) Nella sottostante tabella viene riportata la distribuzione congiunta dei caratteri  $X$  (in classi) e  $Y$ :

$X$	$Y$	0	1	3	
18  — 24		0.2	0.33	0	0.53
24  — 28		0.23	0.07	0.02	0.32
28  — 30		0.15	0	0	0.15
		0.58	0.4	0.02	1

Si calcoli il coefficiente di correlazione lineare. (3 punti)

### Esercizio 2 (6 punti)

In un'azienda lavorano 250 operai, 25 dei quali sono extracomunitari. Tra gli operai comunitari, 40 fanno il turno notturno; Tra gli operai extracomunitari, 10 fanno il turno notturno. Viene estratto casualmente un operaio; si considerano inoltre gli eventi:

$A = \text{"l'operaio estratto è extracomunitario"}$

$B = \text{"l'operaio estratto fa il turno notturno"}$ .

- Si calcoli la  $P(A|B)$ . (2 punti)
- Si calcoli la  $P(A \cup \bar{B})$ . (2 punti)
- Supponendo che il numero di minuti di ritardo di un operaio in una settimana sia una variabile aleatoria  $X$  distribuita secondo la legge Uniforme Continua sull'intervallo  $(0, 10)$ , si calcoli la  $\Pr\{(X < 5) \cup (X > 8.5)\}$  (2 punti)

### Esercizio 3 (12 punti)

Per controllare la qualità dei vasetti di yogurt prodotti da uno stabilimento, si rileva il peso (in grammi) di un campione casuale di 5 vasetti:

122      127      125      130      122

Si può assumere che il peso di ciascun vasetto prodotto dallo stabilimento segua la legge Normale di parametri  $\mu$  e  $\sigma^2$  entrambi incogniti.

- Si determini l'intervallo di confidenza per  $\mu$  al 99%. (3 punti)
- Si utilizzi l'intervallo di confidenza ottenuto al punto precedente per verificare le ipotesi  $H_0: \mu = 125$  contro  $H_1: \mu \neq 125$ , ponendo  $\alpha = 0.01$  (1 punto)
- Si calcoli il  $p$ -value del test relativo alle ipotesi  $H_0: \mu \leq 120.95$  contro  $H_1: \mu > 120.95$ . (3 punti)
- Si utilizzi il  $p$ -value determinato al punto precedente per decidere a favore o contro  $H_0: \mu \leq 120.95$  quando  $\alpha = 0.05$ . (Nota bene: se non si è risposto al punto precedente, ipotizzare che il  $p$ -value sia pari a 0.073) (1 punto)
- Considerato un generico stimatore  $T$  di un parametro  $\theta$ , si dimostri la scomposizione  $MSE_T(\theta) = Var(T) + [E(T) - \theta]^2$ . (2 punti)
- Si supponga di voler stimare la proporzione  $p$  di brioche prodotte dallo stabilimento che non possono essere destinate alla vendita perché di scarsa qualità. Si proponga uno stimatore non distorto per  $p$  e si scriva l'espressione della sua varianza. (2 punti)