La formula di Black-Scholes per la valutazione di opzioni europee

Sandra Fortini

In base alla teoria di Black-Scholes (1973), il prezzo di un'opzione *call* di tipo europeo è fissato dalla formula

$$C_{BS} = S(0)N(d_1(S(0),T)) - Ke^{-\rho T}N(d_2(S(0),T))$$

dove N indica la funzione di ripartizione della distribuzione normale standardizzata, ρ è il tasso di sconto,

$$d_1(S(0),T) = \frac{\log(S(0)/K) + (\rho + \frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}},$$

$$d_2(S(0),T) = d_1(S(0),T) - \sigma\sqrt{T} = \frac{\log(S(0)/K) + (\rho - \frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}}$$

e σ^2 è un parametro, detto *volatilità*, che viene stimato sulla base della serie storica dei prezzi del sottostante.

La deduzione della formula di Black-Scholes, a partire da assunzioni sul comportamento del mercato, richiede la conoscenza della teoria dei processi stocastici e del calcolo stocastico. D'altra parte è possibile darne una giustificazione che faccia uso soltanto di nozioni elementari del calcolo delle probabilità.

Seguendo Cox *et al.* (1979), proponiamo una giustificazione della formula di Black-Scholes basata su semplici modelli binari. Il prezzo è dedotto dapprima nel caso di modelli binari ad un periodo e a due periodi; i risultati si estendono, quindi, a modelli binari a n periodi. La formula di Black-Scholes si ottiene, infine, come limite per $n \to \infty$, utilizzando il *Teorema Centrale del Limite*.

Menú principale ⇒

Bibliografia

N.H. Bingham, R. Kiesel (1998) *Risk-Neutral Valuation.* Springer

F. Black e M. Scholes (1973) The pricing of options and corporate liabilities. *J. Political Econom.* 72: 637-659.

L. Breiman (1992) *Probability.* SIAM Philadelphia 2nd Edition.

J. C. Cox, S. A. Ross, M. Rubinstein (1979) Option pricing: a simplifyed approach. *J. Finan. Econom.*, 7:229-263.

R. Jarrow, S. Turnbull (1999) *Derivative securities.* South-Western College Publ. Cincinnati (Ohio).